Numerische Methoden
Programmierbeispiel 2
Numerische Infinitisimalrechnung

KENN Michael, 8725258

12. Mai 2010

Zusammenfassung

Zusammenfassung Programmierbeispiel 2 - Numerische Infinitisimalrechnung

1 Numerische Differentiation

Gewählte Schrittweite:	$h = 10^{-\frac{k}{20}}$ mit $0 \leq k \leq 120$
Position:	$t_0 = 5$
Differentialquotient:	$f'(t_0)_{\text{numerisch}} = \frac{f(t_0+h)-f(t_0)}{h}$
relative Abweichung:	$r(h) = \log_{10} \lvert \frac{f'(t_0)_{\text{analytisch}} - f'(t_0)_{\text{numerisch}}}{f'(t_0)_{\text{analytisch}}} \rvert$

2 Numerische Integration

Gewählte Schrittweite	$h = 10^{-\frac{k}{20}}$ mit $0 \leq k \leq 120$
Position:	$t_0 = 5$
numerische Integration:	$F(t) = F(t_0 + h) = F(t_0) + h \cdot f(t_0)$
relative Abweichung:	$R(h) = \log_{10} \lvert \frac{F(t)_{\text{analytisch}} - F(t)_{\text{numerisch}}}{F(t)_{\text{analytisch}}} \rvert$

3 Harmonischer Oszillator

Die geringe Rechengenauigkeit bewirkt, dass die Energie des harmonischen Oszillators numerisch divergiert. Je kleiner die Schrittweite, desto langsamer die Divergenz.

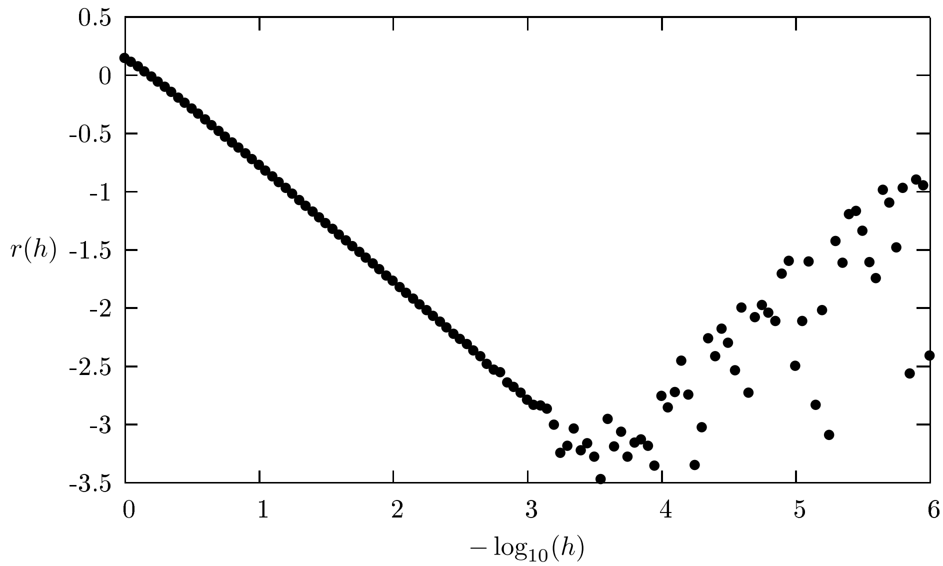

Abbildung 1: Relativen Fehler des Differentialquotienten gegenüber der exakten Ableitung von $\sin(t)$ an der Stelle $t = 5$ in Abhängigkeit von der Breite h

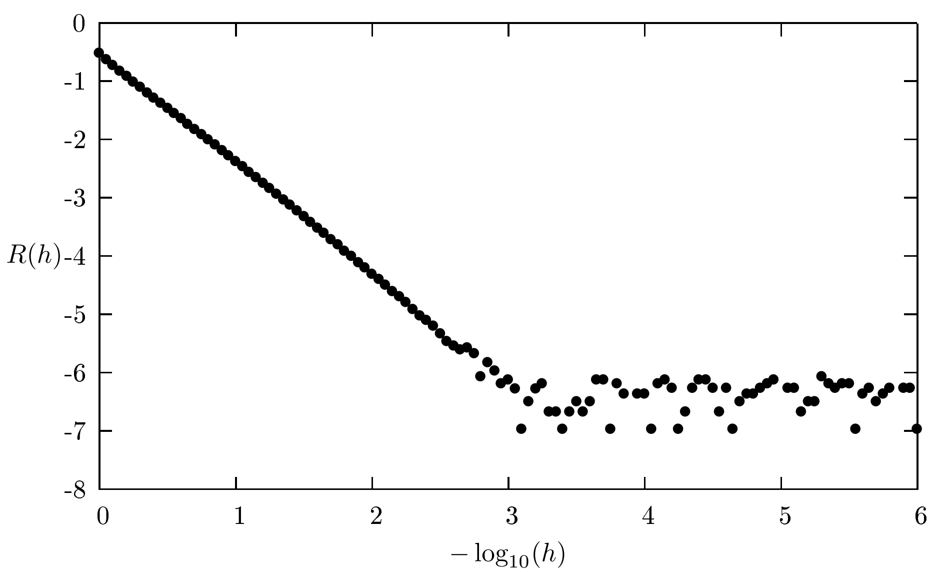

Abbildung 2: Relativen Fehler des numerischen Integrals gegenüber der exakten Stammfunktion von $\sin(t)$ an der Stelle $t = 5$ in Abhängigkeit von der Breite h

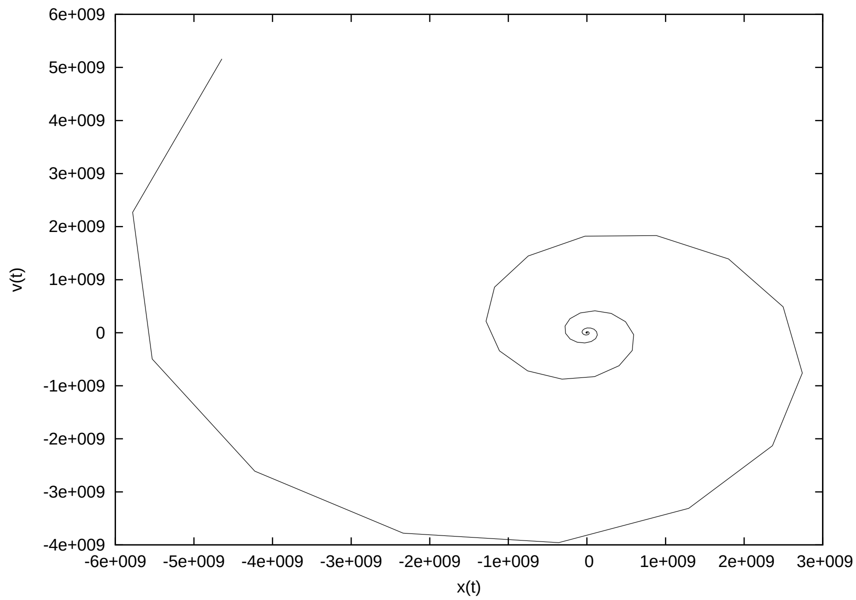

Abbildung 3: Numerisches Phasendiagramm eines harmonischen Oszillators für $h = 0.5$ und $0 \leq t \leq 100$

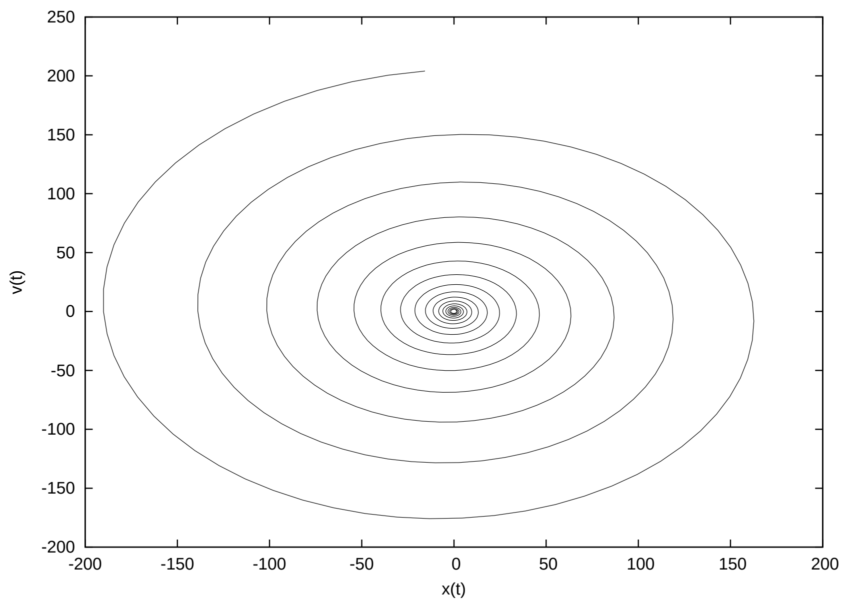

Abbildung 4: Numerisches Phasendiagramm eines harmonischen Oszillators für $h = 0.1$ und $0 \leq t \leq 100$

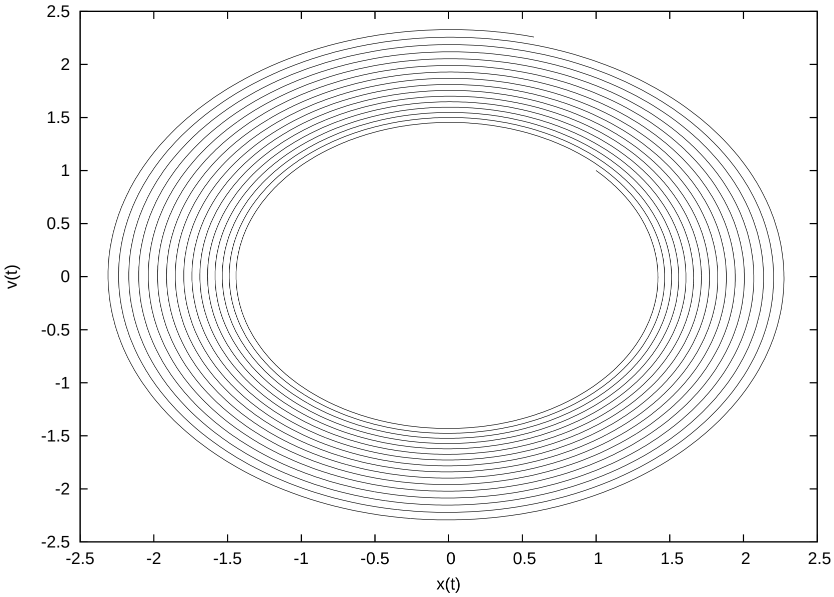

Abbildung 5: Numerisches Phasendiagramm eines harmonischen Oszillators für $h = 0.01$ und $0 \leq t \leq 100$

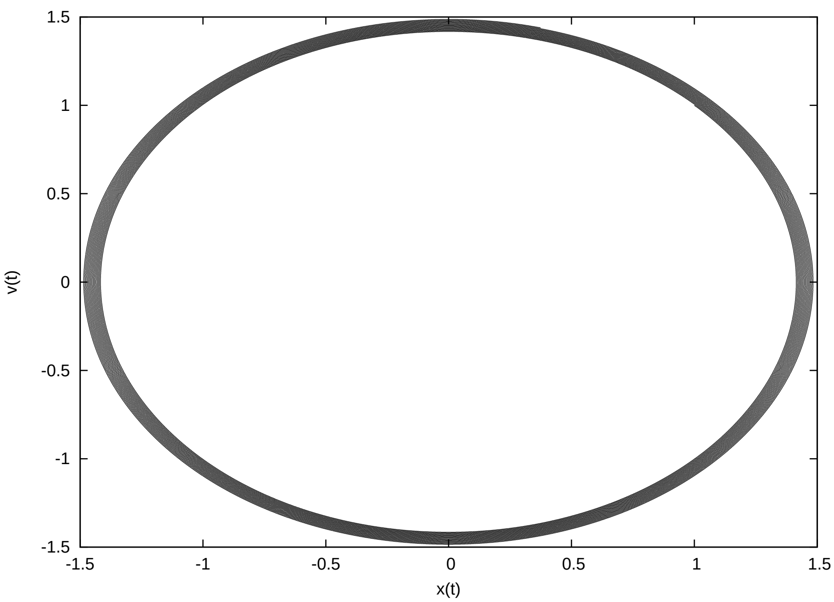

Abbildung 6: Phasendiagramm eines harmonischen Oszillators für $h = 0.001$ und $0 \leq t \leq 100$