Numerische Methoden der Astronomie
Beispiel 30

Kenn Michael (8725258)

7. Juni 2010

Kochrezept Least-Square :
Die n Funktionswerte $z_i = z_i(x_{i,1}, x_{i,2}, \dots x_{i,k})$ sind durch eine (lineare) Funktion zu approximieren:

$$\begin{aligned} \epsilon_i + z_i &= \sum_{j=1}^{k} A_j x_{i,j} \\ \langle \epsilon, \epsilon \rangle &= \sum_{i=1}^{n} \epsilon_i^2 \to \min \end{aligned}$$

Sei $\langle x_s, x_t \rangle = \sum_{i=1}^{n} x_{i,s} x_{i,t}$. Die optimalen Parameter $\vec{A}$ errechnen sich aus dem linearen Gleichungssystem:

$$(\langle x_s, x_t \rangle)_{1 \leq s,t \leq k} \cdot \vec{A} = (\langle x_j, z \rangle)_{1 \leq j \leq k}$$

Beispiel Kreis (linearisieren) :
Kreisgleichung:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r_0^2$$

Linearieren:

$$\begin{aligned} A_1 &= 2x_0 \\ A_2 &= 2y_0 \\ A_3 &= r_0^2 - x_0^2 - y_0^2 \\ z &= x^2 + y^2 = A_1 x + A_2 y + A_3 \end{aligned}$$

Ergebnis:

$$\begin{aligned} \vec{A} &= (0.944, 2.739, 3.331) \\ x_0 &= 0.472 \\ y_0 &= 1.370 \\ r_0 &= 2.330 \end{aligned}$$