Numerische Methoden der Astronomie
Beispiel 14+15

Kenn Michael (8725258)

14. April 2010

Sterling'sches Interpolationsverfahren :
Aus Beispiel 13 ist bekannt:

$$\begin{aligned}
h\,f'(a) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)\binom{2n}{n}} f^{(2n+1)I}(a) = \\
&= f^I(a) - \frac{1}{6} f^{III}(a) + \frac{1}{30} f^V(a) - \frac{1}{140} f^{VII}(a) + \\
&\quad + \frac{1}{630} f^{IX}(a) - \frac{1}{2772} f^{XI}(a) + \frac{1}{12012} f^{XIII}(a) - \frac{1}{51480} f^{XV}(a) + \dots \\
h^2\,f''(a) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\binom{2n+2}{2}\binom{2n}{n}} f^{(2n+2)I}(a) = \\
&= f^{II}(a) - \frac{1}{12} f^{IV}(a) + \frac{1}{90} f^{VI}(a) - \frac{1}{560} f^{VIII}(a) + \dots \\
&\quad + \frac{1}{3150} f^X - \frac{1}{16632} f^{XII} + \frac{1}{84084} f^{XIV} - \frac{1}{411840} f^{XVI} + \dots
\end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}
f^{2X+1}(a) &= \frac{f^{2X}(a+h) - f^{2X}(a-h)}{2} = \\
&= \frac{f^{2X+1}(a+\frac{1}{2}h) + f^{2X+1}(a-\frac{1}{2}h)}{2}
\end{aligned}$$

Im Excel-Sheet wurden damit für t in Tagen folgende Werte bestimmt:

$$\begin{aligned}
(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt})(160) &= (0.016605, -0.003362) \\
(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2})(160) &= (0.000055, 0.000282) \\
(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt})(300) &= (-0.009993, 0.014136) \\
(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2})(300) &= (-0.000247, -0.000169)
\end{aligned}$$

Gaußsche Gravitationskonstante :
Die Gaußsche Gravitationskonstante k ergibt sich aus der Formel

$$|\ddot{\vec{x}}| = k^2 \cdot \frac{|\vec{x}|}{r^3}$$

und beträgt $k = 0.01720209895$. Sowohl für $t = 160$ als auch $t = 300$ liegt der Fehler bei weniger als $\Delta k = 0.3 \cdot 10^{-6}$, also unter der Genauigkeit der Daten in der Angabe.