Astronomie I
Beispiel 22
KENN Michael, 8725258
13. Januar 2010

Die Sternmasse M_{ges} ergibt sich aus Integration über den Sternradius

$$\begin{aligned}\int_0^R dM(r) &= \int_0^R 4\pi r^2 \rho(r) dr \\ \rho(r) &= \rho_c e^{-\frac{10}{R}r}\end{aligned}$$

Es gilt $M_{ges} = M(R) - M(0) = M(R)$. Folglich

$$\begin{aligned}M_{ges} &= \int_0^R 4\pi r^2 \rho_c e^{-\frac{10}{R}r} dr = \\ &= 4\pi \left(\frac{R}{10}\right)^3 \rho_c \int_0^{10} t^2 e^{-t} dt \approx \\ &\approx \frac{4R^3\pi\rho_c\Gamma(3)}{1000} = \\ &= \frac{R^3\pi\rho_c}{125}\end{aligned}$$

Im speziellen Fall liefert $\rho_c = 1,53 \cdot 10^5\,\mathrm{kg/m^3}$ eine Sternmasse von $M_{ges} = 3845R^3\,\mathrm{kg}$ bzw. für den Fall der Sonne mit $R_\odot = 6.957 \cdot 10^8\,\mathrm{m}$ eine Sonnenmasse $M_\odot = 1,29 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}$.