Astronomie I
Beispiel 7

KENN Michael, 8725258

30. Oktober 2009

Herleitung :
Mit den in der Angabe verwendeten Variablennamen gilt:

$$\begin{aligned}
\Delta\theta &= \epsilon\theta \\
\Delta t &= \text{Zeit zwischen den beiden Aufnahmen} \\
\dot{\theta} &= \frac{d\theta}{dt} \approx \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \\
\tan\alpha &= \alpha + O(\alpha^3) \approx \alpha \text{ für } \alpha \text{ klein} \\
\Rightarrow \tan\theta &= \frac{r}{D} \approx \theta
\end{aligned}$$

$r = r(t)$ und $\theta = \theta(t)$, wogegen D zeitlich unabhängig ist.

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \dot{\theta} &= \frac{\dot{r}}{D} \\
D &= \frac{\dot{r}}{\dot{\theta}}
\end{aligned}$$

Unter der Annahme eines linearen Wachstums ergibt das für das dynamische Alter τ_{dyn} bzw. den dynamischen Radius r_{dyn}:

$$\begin{aligned}
\tau_{dyn} &= \frac{\theta}{\dot{\theta}} \\
r_{dyn} &= \tau_{dyn}\dot{r}
\end{aligned}$$

Zur Kontrolle läßt sich nachrechnen

$$r_\theta = D\tan\theta \approx D\theta = \frac{\dot{r}\theta}{\dot{\theta}} = r_{dyn}$$

Numerisches Resultat :
Setzt man

$$\begin{aligned}
\theta &= 6,7 \pm 0,05'' \\
\epsilon &= 0,018 \pm 0,005 \\
\dot{r} &= 3 \pm 0,5.10^4 \text{m/s}
\end{aligned}$$

ergibt das

$$\begin{aligned}
\Delta\theta &= 0,12 \pm 0,005 \text{ as} \\
\dot{\theta} &= 5,65 \pm 0,20 \text{ mas yr}^{-1} \\
D &= 1,12 \pm 0,06 \text{ kpc} \\
\tau_{dyn} &= 1200 \pm 60 \text{ yr} \\
r_{dyn} &= 7,5 \pm 0,5.10^3 \text{AU}
\end{aligned}$$

Das Excel-Sheet liegt bei.

Appendix :
Literatur: `http://arxiv.org/PS_cache/arxiv/pdf/0905/0905.0021v1.pdf`.