Astronomie II

Beispiel 18

Heuritsch Julia (0904211), Kenn Michael (8725258)

7. Mai 2010

Fall $D \leq D_\odot$:

O.b.d.A habe die Sonne die Polarkoordinaten $S = (D_\odot/0)$. Das Gas im Abstand D liege am Kreis $K = (D\cos\alpha/D\sin\alpha)$, wobei uns nur jener Teil interessiert, der der Sonne näher liegt. Der Punkt $G = (D\cos\alpha/D\sin\alpha)$ erscheine von S aus gesehen zur x-Achse unter einem Winkel φ. Der Schnitt der Sehgeraden $\overline{SG}$ und der Kreisbahn K ist demnach

$$\begin{pmatrix} D_\odot \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -\cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix} \quad = \quad D \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$$

Folglich

$$\sin(\varphi + \alpha) = \frac{D_\odot}{D} \sin\varphi$$

Die radiale Geschwindigkeitskomponente entlang des Sehstrahls ergibt sich aus dem Produkt des normierten Sehstrahlvektors und der Tangente an den Kreis

$$\begin{aligned} \frac{v_r}{|v|} &= \begin{pmatrix} -\cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{pmatrix} = \sin(\varphi + \alpha) \\ v_r(\varphi) &= |v| \frac{D_\odot}{D} \sin\varphi \end{aligned}$$

Als notwendig Nebenbedingung ist erforderlich

$$\sin\varphi \quad \leq \quad \frac{D}{D_\odot}$$

Fall $D \geq D_\odot$:

Mit der selben Argumentation wie vorhin gilt wieder

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} D_\odot \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -\cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix} &= D \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} \\ \sin(\varphi+\alpha) &= \frac{D_\odot}{D}\sin\varphi \end{aligned}$$

Der Geschwindigkeitstangentialvektor zeigt aber nun in die andere Richtung

$$\begin{aligned} \frac{v_r}{|v|} = \begin{pmatrix} -\cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin\alpha \\ -\cos\alpha \end{pmatrix} &= -\sin(\varphi+\alpha) \\ v_r(\varphi) &= -|v|\frac{D_\odot}{D}\sin\varphi \end{aligned}$$

Hier gibt es keine Einschränkung für φ.

Graphische Darstellung :