

Astronomie II

Beispiel 13

Heuritsch Julia (0904211), Kenn Michael (8725258)

23. April 2010

Initial Mass Function :

Sei $\frac{dN(M)}{dM}$ die Verteilungsfunktion der Anzahl N von Sternen mit Masse M . Diese Funktion wird auch "Initial Mass Function" genannt. Ein gängiger Ansatz dafür ist

$$dN(M) \propto M^{-\gamma(M)} dM,$$

wobei $\gamma(M)$ eine stückweise konstante Funktion ist. Gebräuchliche Werte für $\gamma(M)$ sind

$$\gamma(M) = 2.35 \quad 0.1M_{\odot} \leq M \leq 100M_{\odot} \quad \text{Salpeter}$$

beziehungseise

$$\gamma(M) = \begin{cases} 2.7 & 1M_{\odot} \leq M \leq 100M_{\odot} \\ 2.3 & 0.5M_{\odot} \leq M \leq 1M_{\odot} \\ 1.3 & 0.08M_{\odot} \leq M \leq 0.5M_{\odot} \end{cases} \quad \text{Kroupa}$$

Der Definitionsbereich bis hinunter zu $0.1M_{\odot}$ muß beim Modell nach Salpeter mit sehr viel Vorsicht betrachtet werden, weil damit die Anzahl der Sterne mit $M < 0.5M_{\odot}$ deutlich überschätzt wird¹. Da $\gamma(M)$ stückweise konstant ist kann die Verteilungsfunktion auch stückweise integriert werden. Normiert wird dabei mit einer ebenfalls stückweise konstanten Funktion $\lambda(M)$:

$$\int_{M_{\min}}^{M_{\max}} \lambda(M) \cdot M^{-\gamma(M)} = \sum_i \frac{\lambda_i}{1 - \gamma_i} M^{1-\gamma_i} \Big|_{M_i}^{M_{i+1}} = 1$$

Als Nebenbedingung soll auch noch gelten, dass die Verteilungsfunktion stetig ist, also

$$\lambda_i \cdot M_{i+1}^{-\gamma_i} = \lambda_{i+1} \cdot M_{i+1}^{-\gamma_{i+1}}$$

¹siehe dazu die Graphik in den Vorlesungsunterlagen

Daraus folgt (Salpeter)

$$\frac{dN(M)}{dM} = 0.060 M^{-2.35} \quad 0.1M_{\odot} \leq M \leq 100$$

beziehungsweise (Kroupa)

$$\frac{dN(M)}{dM} = \begin{cases} 0.241 M^{-2.7} & 1M_{\odot} \leq M \leq 100M_{\odot} \\ 0.241 M^{-2.3} & 0.5M_{\odot} \leq M \leq 1M_{\odot} \\ 0.138 M^{-1.5} & 0.08M_{\odot} \leq M \leq 0.5M_{\odot} \end{cases}$$

Massenanteil $\Delta M_{[10,100]M_{\odot}}$

$$\Delta M_{[10,100]M_{\odot}}^{\text{Salpeter}} = \frac{\int_{10}^{100} M dN}{\int_{0.1}^{100} M dN} = 0,12 = 12\%$$

$$\Delta M_{[10,100]M_{\odot}}^{\text{Kroupa}} = \frac{\int_{10}^{100} M dN}{\int_{0.08}^{100} M dN} = 0,09 = 9\%$$

Sternanteil $\Delta N_{[10,100]M_{\odot}}$

$$\Delta N_{[10,100]M_{\odot}}^{\text{Salpeter}} = \int_{10}^{100} dN = 0.002 = 0.2\%$$

$$\Delta N_{[10,100]M_{\odot}}^{\text{Kroupa}} = \int_{10}^{100} dN = 0.003 = 0.3\%$$

Mittlere Masse massereicher Sterne $\overline{M}_{[10,100]M_{\odot}}$

$$\overline{M}_{[10,100]M_{\odot}}^{\text{Salpeter}} = \frac{\int_{10}^{100} M dN}{\int_{10}^{100} dN} = 22$$

$$\overline{M}_{[10,100]M_{\odot}}^{\text{Kroupa}} = \frac{\int_{10}^{100} M dN}{\int_{10}^{100} dN} = 20$$