Astronomie II
Beispiel 12

Heuritsch Julia (0904211), Kenn Michael (8725258)

28. April 2010

Bei der Berechnung der gefragten Größen haben wir SI-Einheiten verwendet und erst die Ergebnisse in astronomische Einheiten umgewandelt. Die Formeln stammen aus Beispiel 8 bzw. dem Vorlesungsskript. Auf detailierte Erklärungen haben wir hier deshalb verzichtet.

Jeans-Länge λ_J :

$$\begin{aligned}
\lambda_J &= \sqrt{\frac{\pi \cdot c_s^2}{G\rho}} \\
c_s^2 &= \frac{\kappa k T}{m} = \frac{\kappa R T}{M} \\
\rho &= nm \\
m &= \frac{\mu}{N_A}
\end{aligned}$$

c_s Schallgeschwindigkeit, ρ Dichte der Wolke, Adiabatenindex $\kappa = \frac{5}{3}$ für einatomiges Gas, μ Molekulargewicht, m Molekülmasse, G Gravitationskonstante, k Boltzmannkonstante, R Gaskonstante, M Molmasse, N_A Avogadro-Konstante. In unserem Fall ist also die Jeans-Länge λ_J eine Funktion der Temperatur und der Teilchendichte.

$$\begin{aligned}
\lambda_J &= \lambda_J(T, n, \mu) \propto \frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{T}{n}} \\
\lambda_J(T, n, \mu) &= 6.267 \cdot 10^{19} \frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{T}{n}}\,\text{cm}
\end{aligned}$$

Einheiten: $[T] = \text{K}$, $[n] = \text{cm}^{-3}$, $[\mu] = \text{g/mol}$

Jeans-Masse M_J :

$$M_J = \frac{4\pi}{3}\rho\left(\frac{\lambda_J}{2}\right)^3$$

Wie oben folgt daraus

$$\begin{aligned} M_J &= M_J(T,n) \propto \frac{1}{\mu^2}\sqrt{\frac{T^3}{n}} \\ M_J(T,n,\mu) &= 2.141 \cdot 10^{35} \frac{1}{\mu^2}\sqrt{\frac{T^3}{n}}\,\mathrm{g} \end{aligned}$$

Einheiten: $[T] = \mathrm{K}$, $[n] = \mathrm{cm}^{-3}$, $[\mu] = \mathrm{g/mol}$

Kühlzeit $\tau_{\mathbf{cool}}$:

$$\tau_{\mathrm{cool}} = \frac{3}{2}\frac{kT}{\Lambda_0 n}$$

Λ_0 ist dabei abhängig von der Temperatur der Wolke:

$$\Lambda_0 = \begin{cases} 10^{-26}\mathrm{erg\,cm^3\,s^{-1}} & \text{kühle Wolken} \\ 10^{-22}\mathrm{erg\,cm^3\,s^{-1}} & \text{mittlere und heiße Wolken} \end{cases}$$

Daher gilt

$$\begin{aligned} \tau_{\mathrm{cool}} &= \tau_{\mathrm{cool}}(T,n) \propto \frac{T}{n} \\ \tau_{\mathrm{cool}}(T,n) &= \begin{cases} 2.071 \cdot 10^{10}\frac{T}{n}\,\mathrm{s} & \text{kühle Wolken} \\ 2.071 \cdot 10^{6}\frac{T}{n}\,\mathrm{s} & \text{mittlere und heiße Wolken} \end{cases} \end{aligned}$$

Einheiten: $[T] = \mathrm{K}$, $[n] = \mathrm{cm}^{-3}$

Freifallzeit $\tau_{\mathbf{ff}}$:

$$\tau_{\mathrm{ff}} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho}}$$

Daraus folgt für dieses Beispiel

$$\begin{aligned} \tau_{\mathrm{ff}} &= \tau_{\mathrm{ff}}(n,\mu) \propto (n\mu)^{-\frac{1}{2}} \\ \tau_{\mathrm{ff}}(n,\mu) &= 1.630 \cdot 10^{15}(n\mu)^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Einheiten: $[n] = \mathrm{cm}^{-3}$, $[\mu] = \mathrm{g/mol}$

Results :

	kühle Wolke	mittlere Wolke	heiße Wolke
T	$80\,\mathrm{K}$	$8000\,\mathrm{K}$	$450000\,\mathrm{K}$
n	$42\,\mathrm{cm}^{-3}$	$0.37\,\mathrm{cm}^{-3}$	$0.0035\,\mathrm{cm}^{-3}$
μ	$2.4\,\mathrm{g/mol}$	$1.2\,\mathrm{g/mol}$	$0.6\,\mathrm{g/mol}$
λ_J	$3.604 \cdot 10^{19}\,\mathrm{cm}$	$7.680 \cdot 10^{21}\,\mathrm{cm}$	$1.184 \cdot 10^{24}\,\mathrm{cm}$
	$12\,\mathrm{pc}$	$2489\,\mathrm{pc}$	$383849\,\mathrm{pc}$
M_J	$4.103 \cdot 10^{36}\,\mathrm{g}$	$1.749 \cdot 10^{41}\,\mathrm{g}$	$3.034 \cdot 10^{45}\,\mathrm{g}$
	$2063\,\mathrm{M}_\odot$	$88 \cdot 10^{6}\,\mathrm{M}_\odot$	$1.5 \cdot 10^{12}\,\mathrm{M}_\odot$
τ_{cool}	$3.945 \cdot 10^{10}\,\mathrm{s}$	$4.478 \cdot 10^{11}\,\mathrm{s}$	$2.663 \cdot 10^{14}\,\mathrm{s}$
	$1250\,\mathrm{yrs}$	$1419\,\mathrm{yrs}$	$8.4 \cdot 10^{6}\,\mathrm{yrs}$
τ_{ff}	$5.135 \cdot 10^{12}\,\mathrm{s}$	$7.736 \cdot 10^{13}\,\mathrm{s}$	$1.125 \cdot 10^{15}\,\mathrm{s}$
	$0.16 \cdot 10^{6}\,\mathrm{yrs}$	$2.45 \cdot 10^{6}\,\mathrm{yrs}$	$35.65 \cdot 10^{6}\,\mathrm{yrs}$