

Astronomie III

Aufgabe 5C

Heuritsch Julia (0904211), Kenn Michael (8725258)

10. November 2010

NGC 6240 :

Die beiden schwarzen Löcher sind laut mehreren übereinstimmenden Internetquellen 3000 Lichtjahre separiert. Bei einer geschätzten Distanz von 400 Millionen Lichtjahren ergibt das, abhängig vom Betrachtungswinkel, eine maximale scheinbare Entfernung von 1.6 Bogensekunden. Durch Gleichsetzen der Zentripedalkraft und Zentrifugalkraft erhält man für $d = 3000 \text{ ly}$ und jeweils $M = 10^9 M_\odot$ pro schwarzem Loch eine Umlaufperiode t von

$$t = \pi \sqrt{\frac{2d^3}{MG}} = 58 \text{ Myrs}$$

Kollaps aufgrund Gravitationsstrahlung :

Aus $F_C = F_Z$ folgt

$$\begin{aligned} M\omega^2 r &= \frac{M^2 G}{4r^2} \\ \omega^2 &= \frac{MG}{4r^3} = (2\pi\Omega)^2 \end{aligned}$$

Die Gesamtenergie $E(r)$ exklusive Gravitationsstrahlung ist

$$E(r) = T(r) + V(r) = -\frac{M^2 G}{2r} + \frac{M^2 G}{4r} = -\frac{M^2 G}{4r}$$

Das Gesamtträgheitsmoment $I = \sum m_i r_i^2$ ist hier

$$I(r) = 2Mr^2$$

Damit

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \frac{dE}{dr} \frac{dr}{dt} = \frac{M^2 G}{4r^2} \dot{r} \\ \frac{dE}{dt} &= -\frac{32G \left(\frac{\omega}{2\pi}\right)^6 (2Mr^2)^2}{5c^5} = -\frac{G^4}{160c^5 \pi^6} \frac{M^5}{r^5} \end{aligned}$$

Gleichsetzen der beiden Gleichungen liefert

$$\dot{r} = -\frac{G^3 M^3}{40c^5 \pi^6} \frac{1}{r^3}$$

Integrieren mit $t(r_0) = 0$

$$t(r) = \frac{10c^5 \pi^6}{M^3 G^3} (r_0^4 - r^4)$$

Schwarzschildradius r_S , $r_0 = 50 \text{ pc}$ und $M = 10^9 M_\odot$ einsetzen:

$$\begin{aligned} r_S &= \frac{2GM}{c^2} \\ \Rightarrow t(r_S) &= 1.787 \cdot 10^{24} \text{ Jahre} \end{aligned}$$