Astronomie III
Aufgabe 2C

Heuritsch Julia (0904211), Kenn Michael (8725258)

20. Oktober 2010

Die Galaxie sei modelliert durch die Scheibe

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &\leq R \\ z &= 0 \end{aligned}$$

Seien r und φ die entsprechenden Polarkoordinaten und y die Sehrichtung. Der Rotationsgeschwindigkeitsvektor ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \vec{v}(r,\varphi) &= v_{rot}(r) \begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \text{mit} \\ v_{rot}(r) &= \begin{cases} v_0 & 1 \leq r \leq R \\ r v_0 & 0 \leq r \leq 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Drehung um die x-Achse um einen Winkel i geschieht mit der Koordinatentransformation

$$\begin{aligned} x' &= x \\ y' &= y\cos i - z\sin i \\ z' &= y\sin i + z\cos i \end{aligned}$$

Angewendet auf Scheibe und Geschwindgkeitsvektor gibt das

$$\begin{aligned} x' &= x \\ z' &= y\sin i \\ r(x',z') &= \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{x'^2 + (\frac{z'}{\sin i})^2} \\ \cos\varphi(x',z') &= \frac{x'}{r} \\ \vec{v}^{(y)}(x',z') &= v(r)\cos i\cos\varphi = v_{rad} \end{aligned}$$

Gesucht sind die Niveaulinien für $v_{rad} = \text{const}$. Diese erhält man durch Umformung in Geradengleichungen:

$$z' = \pm x' \sin i \sqrt{\left(\frac{v_0 \cos i}{v_{rad}}\right)^2 - 1} \qquad 1 \leq r \leq R$$

$$x' = \frac{v_{rad}}{v_0 \cos i} \qquad 0 \leq r \leq 1$$

Graphisch schaut das dann so aus: